

Zbigniew RESPONDEK

Politechnika Częstochowska

WPLYW KSZTAŁTU I KUBATURY BUDYNKÓW NA ICH WSKAŹNIK ZWARTOŚCI

W artykule scharakteryzowano wskaźnik zwartości budynków - jeden z parametrów determinujących straty ciepła przez przegrody zewnętrzne. Zestawiono wzory na pole powierzchni i objętość brył. Analizowano zmianę wskaźnika zwartości tych brył przy zmianie ich formy geometrycznej i objętości.

Słowa kluczowe: wskaźnik zwartości budynku, ochrona cieplna budynków, parametry geometryczne brył

WPROWADZENIE

W obowiązującej do 2013 roku wersji rozporządzenia [1] wielkością kryterialną do określania granicznych wartości wskaźnika określającego roczne obliczeniowe zapotrzebowanie budynku na nieodnawialną energię pierwotną był współczynnik kształtu budynku A/V_e , przy czym zdefiniowano:

- A - jako sumę pól powierzchni wszystkich przegród budynku, oddzielających część ogrzewaną budynku od powietrza zewnętrznego, gruntu i przyległych pomieszczeń nieogrzewanych, liczoną po obrysie zewnętrznym,
- V_e - jako kubaturę ogrzewanej części budynku, pomniejszoną o podcienia, balkony, loggie, galerie itp., liczoną po obrysie zewnętrznym.

W obowiązującym równolegle rozporządzeniu [2] wielkość powyższą nazywano wskaźnikiem zwartości budynku. W obowiązujących obecnie aktach prawnych wprowadzono inne kryteria i określanie wskaźnika A/V_e nie jest konieczne w obliczeniach zapotrzebowania na energię budynków, tym niemniej wielkość ta jest jednym z parametrów opisujących kształt budynku i mającym wpływ na jego energooszczędność. Przy założeniu jednakowej izolacyjności cieplnej wszystkich przegród zewnętrznych, jednakowej temperatury w przestrzeni otaczającej te przegrody, przy założonej wielkości kubatury ogrzewanej straty ciepła byłyby silnie uzależnione od pola powierzchni przegród oddających ciepło. Oczywiście w rzeczywistych budynkach założenia powyższe nie są możliwe do spełnienia - przegrody mają różną izolacyjność i pracują w różnych warunkach termicznych, szczególnie ściany i podłogi stykające się z gruntem - jednak prowadzone badania i analizy

strat ciepła w istniejących budynkach [3, 4] dowodzą, że energetycznie korzystne są małe wartości wskaźnika A/V_e . W artykule analizowano wpływ formy i wielkości brył budynków na ich wskaźnik zwartości.

1. POLA POWIERZCHNI I OBJĘTOŚCI BRYŁ

W tabelach 1-3 zestawiono pola powierzchni i objętości wybranych brył mogących mieć zastosowanie w kształtowaniu formy budynków. Ze względów praktycznych ograniczono się do brył posiadających płaską podstawę dolną.

Tabela 1. Pola powierzchni i objętości wybranych brył obrotowych, na podstawie [5, 6]

Bryła	Pole powierzchni podstawy		Pole powierzchni połąci (powierzchni bocznej)	Objętość	Uwagi
	dolnej	górnjej			
Półkula	πr^2	–	$2\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$	r - promień kuli
Czasza kuli ¹	πr_1^2	–	$2\pi r h$	$\pi r h^2 - \frac{\pi}{3} h^3$	Oznaczenia wg rys. 1a
Warstwa kuli	πr_1^2	πr_2^2	$2\pi r h$	$\frac{\pi}{2} h (r_1^2 + r_2^2) + \frac{\pi}{6} h^3$	Oznaczenia wg rys. 1b
Stożek	πr^2	–	$\pi r \sqrt{r^2 + h^2}$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	r - promień podstawy
Stożek ścięty	πr_1^2	πr_2^2	$\frac{\pi(r_1 + r_2) \times \sqrt{(r_1 - r_2)^2 + h^2}}{2}$	$\frac{\pi}{3}(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) h$	r_1, r_2 - promienie podstaw, h - odległość między podstawami
Półowa elipsoidy obrotowej wydłużonej (o podstawie koła)	πr^2	–	dla $h > r$, $\pi r \left(r + \frac{h}{\varepsilon} \arcsin \varepsilon \right)$, gdzie $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{r^2}{h^2}}$	$\frac{2}{3}\pi r^2 h$	Oznaczenia wg rys. 1c
Półowa elipsoidy obrotowej spłaszczonej (o podstawie koła)			dla $h < r$, $\pi r^2 + \frac{\pi h^2}{2\varepsilon} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$, gdzie $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{h^2}{r^2}}$		

¹ - pomiędzy wielkościami opisującymi geometrię zachodzi związek $r^2 = r_1^2 + \left(\frac{r_1^2 r_2^2 - h^2}{2h} \right)^2$

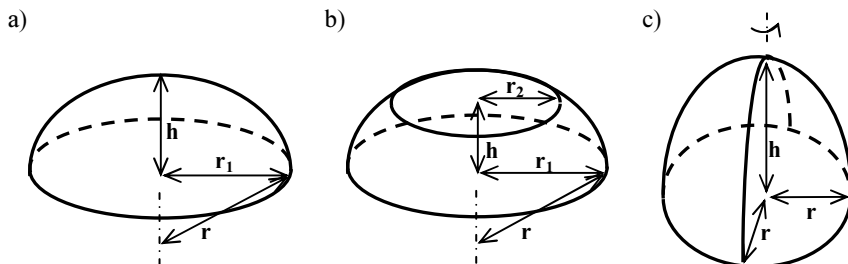
Tabela 2. Pola powierzchni i objętości wybranych brył o pionowych ścianach o wysokości h i poziomych podstawach, na podstawie [5, 6]

Podstawa (nazwa bryły)	Pole powierzchni podstaw (jednakowe dla dolnej i górnej)	Pole powierzchni ścian bocznych	Objętość	Uwagi
Prostokąt (sześcián, prostopadłościán)	ab	$2(a + b)h$	abh	a, b - wymiary podstaw
Dowolny wielokąt foremny	$\frac{n}{4} \left(\text{ctg} \frac{\pi}{n} \right) a^2$	nah	$\frac{n}{4} \left(\text{ctg} \frac{\pi}{n} \right) a^2 h$	n - liczba boków, a - wymiar boku
Koło (walec)	πr^2	$2\pi rh$	$\pi r^2 h$	r - promień koła
Elipsa (walec eliptyczny)	$\pi p_1 p_2$	$\pi h \left(\frac{3}{2}(p_1 + p_2) - \sqrt{p_1 p_2} \right)$	$\pi p_1 p_2 h$	p_1, p_2 - wymiary półosi elipsy

Tabela 3. Pola powierzchni i objętości wybranych brył o płaskich niepionowych połaciach bocznych, poziomych podstawach i wysokości h , na podstawie [5, 6]

Bryła	Pole powierzchni podstawy		Pole powierzchni połaci bocznych	Objętość
	dolnej	górnjej		
Ostrosłup	A_p	–	A_{pb} - w zależności od kształtu	$\frac{1}{3} A_p h$
Ostrosłup ścięty	A_{p1}	A_{p2}	A_{pb} - w zależności od kształtu	$\frac{h}{3} (A_{p1} + A_{p2} + \sqrt{A_{p1} A_{p2}})$
Pryzma ¹	$a_1 b_1$	$a_2 b_2$	$(a_1 + a_2) \sqrt{h^2 + (b_1 - b_2)^2} + (b_1 + b_2) \sqrt{h^2 + (a_1 - a_2)^2}$	$\frac{h}{6} [a_1 b_1 + a_2 b_2 + (a_1 + a_2)(b_1 + b_2)]$

¹ - pryzma jest to bryła o sześciu ścianach, której podstawy to prostokąty o wymiarach $a_1 \times b_1$ i $a_2 \times b_2$, leżące w dwóch płaszczyznach równoległych, a przeciwległe połacie boczne tworzą trapezy, które są jednakowo nachylone do podstaw



Rys. 1. Krzywe obrotowe: a) czasza kuli, b) warstwa kuli, c) połowa elipsoidy obrotowej

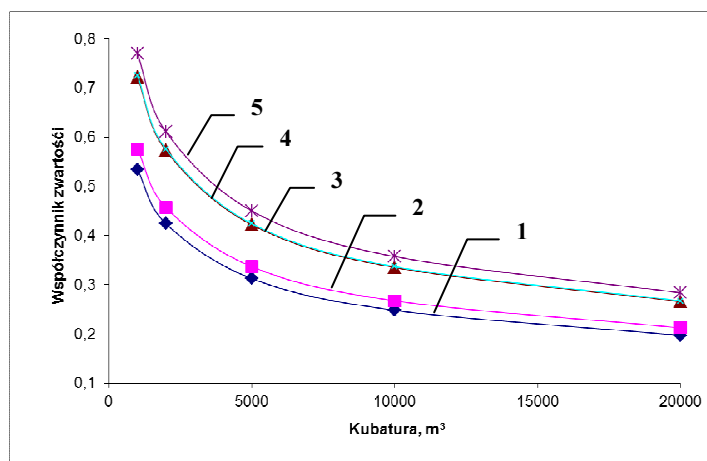
Zestawione w tabelach 1-3 dane pozwalają na przeprowadzenie wielu analiz wpływu kształtu i wielkości brył budynku na jego wskaźnik A/V_e . W dalszej części przedstawiono przykładowe obliczenia dla wybranych brył obrotowych i brył o ścianach pionowych.

2. WSKAŹNIK ZWARTOŚCI BRYŁ OBROTOWYCH

Wskaźnik zwartości wybranych brył obrotowych określono, przyjmując wymiary bazowe, tak aby objętość bryły wynosiła 1000 m^3 . Następnie wykonano kolejne obliczenia dla brył o proporcjonalnie zwiększonych wymiarach do osiągnięcia określonej kubatury. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 4 i na rysunku 2. Analizowane bryły uszeregowano w kolejności wzrastających wartości wskaźnika zwartości A/V_e .

Tabela 4. Obliczenia wskaźnika A/V_e zwartości brył obrotowych

Lp.	Bryła	Przyjęte wymiary bazowe [m]	Skala wymiarów liniowych				
			100,0%	126,0%	171,0%	215,4%	271,4%
			Wskaźnik zwartości A/V_e dla kubatury [m^3]				
			1000	2000	5000	10 000	20 000
1	Poł. elips. wydł.	$r = 6,204; h = 2r$	0,534	0,424	0,312	0,248	0,197
2	Półkula	$r = 7,816$	0,576	0,457	0,337	0,267	0,212
3	Warstwa kuli	$r_2 = h = 4,924; r_1 = 2r_2$	0,721	0,573	0,422	0,335	0,266
4	Poł. elips. spł.	$h = 4,924; r = 2h$	0,725	0,576	0,424	0,337	0,267
5	Stożek ścięty	$r_2 = h = 5,148; r_1 = 2r_2$	0,769	0,611	0,450	0,357	0,283



Rys. 2. Wpływ kształtu i kubatury na wskaźnik zwartości brył obrotowych (oznaczenia zgodne z tab. 4)

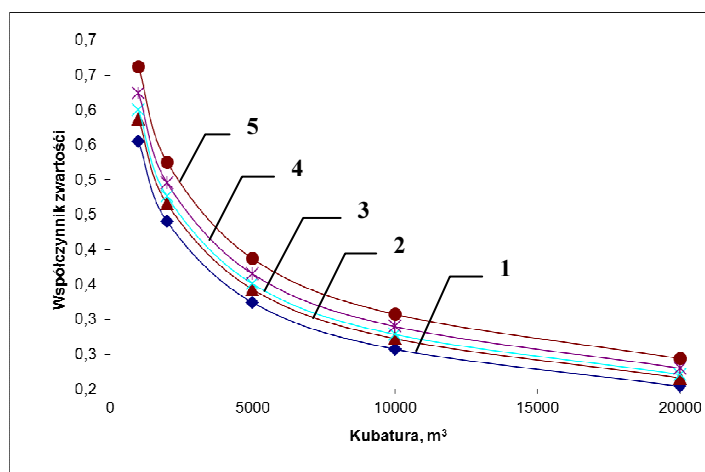
Analiza wykazała, że spośród analizowanych brył obrotowych najkorzystniejszą (najbardziej zbliżoną do kuli) formę geometryczną posiada połowa wydłużonej elipsoidy obrotowej. Przeprowadzone dalsze obliczenia wykazały ponadto, że stosunek promienia podstawy do wysokości $r/h = 1/2$ jest optymalny, tzn. przy zwiększaniu lub zmniejszaniu tego parametru moduł powierzchniowy się zwiększa.

3. WSKAŹNIK ZWARTOŚCI BRYŁ O PIONOWYCH ŚCIANACH

Wskaźnik zwartości wybranych brył o pionowych ścianach określono w analogiczny sposób jak brył obrotowych. Przyjęto bazową wysokość ścian $h = 10$ m. Wyniki obliczeń przedstawiono w tabeli 5 i na rysunku 3.

Tabela 5. Obliczenia wskaźnika A/V_e zwartości brył o pionowych ścianach

Lp.	Bryła	Przyjęte wymiary bazowe [m]	Skala wymiarów liniowych				
			100,0%	126,0%	171,0%	215,4%	271,4%
			Wskaźnik zwartości A/V_e , dla kubatury [m ³]				
			1000	2000	5000	10 000	20 000
1	Walec	$r = 5,642$	0,554	0,440	0,324	0,257	0,204
2	Walec eliptyczny	$p_2 = 3,99; p_1 = 2p_2$	0,587	0,466	0,343	0,272	0,216
3	Sześcian	$a = b = 10$	0,600	0,476	0,351	0,278	0,221
4	Prostopadłościan	$b = 7,071; a = 2b$	0,624	0,495	0,365	0,290	0,230
5	Prostopadłościan	$b = 5,774; a = 3b$	0,662	0,525	0,387	0,307	0,244



Rys. 3. Wpływ kształtu i kubatury na wskaźnik zwartości brył obrotowych (oznaczenia zgodne z tab. 5)

PODSUMOWANIE

Niska wartość wskaźnika kształtu sprzyja ograniczaniu strat ciepła w budynkach. Korzystne są formy geometryczne zbliżone do kuli, walca lub sześcianu - bardziej urozmaicone mogą skutkować zwiększeniem zużycia energii.

Przedstawione obliczenia wykazują, że wskaźnik kształtu budynku podlega silnemu efektowi skali - zwiększanie wymiarów bryły prowadzi do dużej redukcji wskaźnika A/V_e . Mamy więc do czynienia z korzystnym sprzężeniem zwrotnym - przy zwiększaniu kubatury ogrzewanej zmniejszają się straty ciepła w przeliczeniu na jednostkę objętości. Można też stwierdzić, że forma budynku ma większe znaczenie przy małych kubaturach - przy zwiększaniu objętości maleją różnice wartości wskaźnika A/V_e dla różnych kształtów brył.

Można również zauważyć, że w przypadku brył o pionowych ścianach korzystne są formy walcowe - dodatkową korzyścią w tym przypadku jest brak ostrych naroży będących mostkami termicznymi.

LITERATURA

- [1] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 12 kwietnia 2002 r. w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie, Dz.U. 2002, Nr 75, poz. 690 (tekst jednolity Dz.U. 2015, poz. 1422).
- [2] Rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 6 listopada 2008 r. w sprawie metodologii obliczania charakterystyki energetycznej budynku i lokalu mieszkalnego lub części budynku stanowiącej samodzielną całość techniczno-użytkową oraz sposobu sporządzania i wzorów świadectw ich charakterystyki energetycznej, Dz.U. 2008 Nr 201, poz. 1240 (akt prawny nieobowiązujący, zastąpiony przez Dz.U. 2015, poz. 376).
- [3] Lis A., The thermal characteristic of buildings as a factor of heat consumption, Selected Scientific Papers - Journal of Civil Engineering 2009, 4, 1.
- [4] Bobko T., Respondek Z., Analiza regresji między współczynnikiem formy a zużyciem energii w budynkach mieszkalnych, Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna nt. Budownictwo Mieszkaniowe w 2000 Roku - Kierunki i Perspektywy Rozwoju, Częstochowa 1995.
- [5] Szymczyk P., Rabiej S., Pielesz A., Desselberger J., Tablice matematyczne fizyczne chemiczne astronomiczne, PPU „Park” Sp. z o.o., Bielsko-Biała 2003.
- [6] <http://www.naukowiec.org/wzory/matematyka/>

IMPACT OF THE SHAPE AND VOLUME OF BUILDINGS ON THEIR SHAPE COEFFICIENT

The article describes the shape coefficient of buildings - one of the parameters which determine the amount of heat lost by external barriers. Surface area and volume formulas for solids have been correlated. The change of shape coefficient of those solids in terms of change of their shape and volume has been analyzed.

Keywords: shape coefficient of buildings, thermal protection of buildings, geometrical parameters of solids